

Application du modèle de Monte Carlo - Tracé de Rayons d'ondes à l'imagerie des sprays

Claude ROZE¹, Thierry GIRASOLE, Yijia YUAN et Kuan Fang REN

UMR 6614 CORIA – CNRS, Université et INSA de Rouen, Site universitaire du Madrillet BP 12

76801 Saint Etienne du Rouvray cedex

1 Introduction

Le comportement du jet de carburant en proche sortie de l'orifice d'un injecteur Diesel suscite un fort intérêt tant au niveau scientifique qu'industriel, car il conditionne fortement le processus d'atomisation qui, lui-même, détermine les propriétés du spray produit, tant d'un point de vue granulométrique que vélocimétrique. Ses propriétés sont cependant très difficilement accessibles expérimentalement. Cela est dû aux très fortes vitesses et aux très fortes densités de liquide rencontrées dans ce type d'écoulement. Les techniques mises en œuvre pour caractériser les jets et les sprays de liquide font largement appel à des méthodes optiques, celles-ci ayant l'avantage de ne pas être intrusives. Parmi les méthodes mises en œuvre en proche sortie d'injecteur, on peut citer la Vélocimétrie Laser par Corrélation (VLC) et l'Imagerie Ultra Rapide.

La Vélocimétrie Laser par Corrélation (VLC) [1,2] consiste à éclairer le jet et à former l'image de deux éléments de volume du spray sur deux détecteurs. L'intensité lumineuse reçue fluctue alors dans le temps en fonction de la densité du spray et de la taille des structures liquides. Si les deux volumes de mesure ne sont pas trop éloignés l'un de l'autre, ces deux signaux sont corrélés dans le temps. Toute structure liquide traversant le premier volume de mesure a une forte probabilité de traverser également le second situé en aval. On obtient un décalage temporel Δt entre les deux signaux, qui correspond au temps de vol des structures liquides entre les deux volumes de mesures. La vitesse est alors déduite par le rapport entre la distance séparant les deux volumes de mesure et le décalage temporel obtenu. La difficulté réside dans l'interprétation de la vitesse mesurée : lorsque le jet est dense, la méthode est extrêmement sensible aux réflexions/réfractions multiples. La question du rapport entre la vitesse mesurée et la vitesse hydrodynamique se pose donc.

De même, l'imagerie rapide consiste à éclairer le jet par une impulsion laser ultra-courte (~ 100 fs) et à faire une détection résolue en temps à l'aide d'une porte optique [3,4]. Si on utilise un laser femtoseconde double impulsion et une caméra double exposition, on montre qu'il est possible de filtrer les réflexions multiples de la lumière sur le jet et de mesurer une vitesse dans la partie dense du spray. Dans ce cas, la vitesse que l'on mesure est basée sur un déplacement de structures lumineuses que l'on peut corréliser d'une image à l'autre et, de nouveau, la question se pose concernant la relation entre cette vitesse et la vitesse hydrodynamique « réelle ».

Nous nous proposons de tenter de répondre à cette question en simulant tout le processus métrologique, en commençant par la simulation du jet basée sur une résolution numérique des équations de la mécanique des fluides par DNS (Direct Numerical Simulation), puis par le calcul de la propagation de la lumière à travers le jet liquide [5]. De cette façon, on pourra construire des images ou des signaux de type VLC sur un objet connu, représentatif d'un jet réel et comparer les vitesses obtenues par la méthode optique aux vitesses hydrodynamiques calculées par DNS. Afin de mener à bien ce projet, il convient d'avoir un modèle de propagation de la lumière à travers un objet de forme quelconque suffisamment précis. Ce modèle est présenté dans cette communication.

Le problème de l'interaction de la lumière avec un objet de forme quelconque n'admet pas de solution générale. En effet, de nombreuses méthodes existent, mais elles sont limitées à des

¹ Correspondant : roze@coria.fr

domaines précis. Ainsi, la théorie de Lorenz-Mie (LMT) s'intéresse à la diffusion de la lumière par une particule de forme simple (sphère, cylindre, ...). Elle présente l'avantage de ne pas avoir de limitations quant à la taille de la particule et est donc souvent utilisée pour valider des théories approchées. Lorsque la particule est de petite taille, des méthodes numériques existent et permettent d'envisager des formes quelconques : T-matrix, DDA (Discrete Dipole Approximation), FDTD (Finite Difference in Time Domain). Les calculs deviennent prohibitifs dès lors que le paramètre de taille augmente. Lorsque la taille de l'objet est grande devant de la longueur d'onde et que cet objet est de forme quelconque, il n'y a pas d'autre solution que d'utiliser l'optique géométrique (OG). Cette technique, très simple, consiste à simuler un faisceau lumineux par un ensemble de rayons lumineux qui se propagent de façon rectiligne dans un milieu homogène et qui obéissent aux lois de Snell-Descartes à chaque interaction avec une interface. Dans sa version basique, un rayon transporte une intensité élémentaire. Les effets dus à la nature ondulatoire de la lumière ne sont donc pas pris en compte. Différents auteurs ont essayé de les introduire dans l'OG.

Xu et al. ont montré qu'en tenant compte des interférences entre la réflexion, la réfraction et la diffraction [6], l'OG peut prédire correctement le diagramme de diffusion dans toutes les directions, même si la diffusion près de l'angle critique et de l'angle d'arc-en-ciel doit être encore améliorée [7]. L'OG a été étendue (on parle d'optique géométrique étendue ou OGE) à la diffusion d'un faisceau gaussien sur l'axe par une grosse particule sphéroïdale par Xu et al. [8], pourvu que le faisceau se propage suivant un de ses axes. Par ailleurs, la diffusion de la lumière par des cristaux de glace non sphériques a été étudiée par Yang et al. en utilisant les modèles basés sur l'OG [9].

Dès qu'on veut étendre le modèle de l'OG au cas d'une particule non-axisymétrique, les calculs analytiques du facteur de divergence et du changement de phase dû aux lignes focales deviennent très difficiles ou impossibles. Afin de vaincre cette difficulté, nous avons récemment développé une méthode d'optique géométrique par tracé de rayons vectoriels complexes (TRVC) qui peut décrire l'interaction de la lumière par un objet de surface lisse et de forme quelconque [10]. Dans ce modèle, les rayons lumineux sont décrits non seulement par leurs directions de propagation, leurs polarisations, mais aussi par la courbure de leurs fronts associés. Ceci permet de calculer correctement, par géométrie différentielle, le déphasage dû aux lignes focales et la divergence ou la convergence de l'onde. La version actuelle du code permet de prédire la diffusion d'une onde plane par un ellipsoïde de grande taille dans le plan de symétrie.

Le modèle TRCV est bien adapté à l'étude d'une particule de forme décrite par une équation explicite (sphéroïde, ellipsoïde, etc.). Lorsque la forme de l'objet sur lequel la lumière interagit est plus complexe, par exemple un jet, la forme de l'objet est décrite par un maillage comme c'est le cas en simulation numérique dans le domaine de la mécanique des fluides. L'approche TRCV ne suffit plus et une approche spécifique doit être développée pour l'aspect 3D.

Nous avons donc développé un modèle appelé MCTR (Monte Carlo de Tracé de Rayons), dérivé du modèle TRCV, permettant de considérer un objet de forme quelconque, qui peut être facilement adapté à la diffusion par des particules de forme complexe en 3D. Ce modèle est décrit dans la section 2. La prise en compte des différents effets ondulatoires comme la polarisation et les interférences est explicitée dans la section 3. La validation du modèle par rapport à la théorie rigoureuse de Lorenz-Mie est décrite dans la section 4, montrant un bon accord général excepté dans la zone d'arc en ciel et dans celle liée à la diffraction. La section 5 décrit alors une nouvelle façon d'aborder la diffraction basée sur l'incertitude d'Heisenberg et adaptée à une simulation par tracé de rayons comme notre modèle. La section 6 est la conclusion.

2 Description du modèle

2.1 Définition de l'objet en interaction

Le modèle MCTR (Monte Carlo de Tracé de Rayons) est une méthode numérique basée sur le tracé de rayons. Il consiste à envoyer des rayons (appelés également *photons*), soit à intervalles réguliers, soit aléatoirement répartis, sur un objet défini par une surface 3D et à suivre

le parcours de ces rayons à l'intérieur de cet objet jusqu'à leur sortie. A chaque interaction avec une surface, le rayon peut être soit réfléchi, soit réfracté. Le choix entre ces deux possibilités est déterminé par tirage d'un nombre aléatoire. La réflexion totale est prise en compte en fonction de l'angle d'incidence et des indices optiques avant et après la surface.

L'objet est décrit par une fonction LevelSet. Plus précisément, en tout point du domaine dans lequel est plongé l'objet à étudier, on définit une fonction $f(\vec{x})$, $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, dont la valeur absolue représente la distance du point \vec{x} au point de la surface de l'objet le plus proche de \vec{x} . L'objet est donc défini par la surface implicite $f(\vec{x}) = 0$, et par convention, si le point \vec{x} est à l'intérieur de l'objet $f(\vec{x}) > 0$ et on admet que $f(\vec{x}) < 0$ si \vec{x} est à l'extérieur. De façon pratique, le domaine dans lequel est plongé l'objet est maillé et on ne connaît la fonction LevelSet que sur les points discrets de ce maillage (x_i, y_j, z_k) , $i = 1 \dots i_{max}$, $j = 1 \dots j_{max}$, $k = 1 \dots k_{max}$. Or, si on utilise le tracé de rayons, il faut trouver précisément la position de l'intersection d'un rayon avec la surface de l'objet à l'intérieur même d'une maille, sachant que l'on ne connaît la valeur de la fonction LevelSet uniquement sur les sommets de cette maille. Afin de déterminer la fonction f à l'intérieur d'une maille, nous avons choisi d'utiliser une interpolation tricubique [11], c'est-à-dire de mettre la fonction f sous la forme :

$$f(x, y, z) = \sum_{i,j,k=0}^3 a_{ijk} x^i y^j z^k \quad (1)$$

Les coefficients a_{ijk} sont calculés à partir des valeurs de f sur chacun des sommets, de ses dérivées premières, de ses dérivées croisées $\partial^2 f / \partial x \partial y$, $\partial^2 f / \partial x \partial z$, $\partial^2 f / \partial y \partial z$ et de la dérivée $\partial^3 f / \partial x \partial y \partial z$, évaluées sur chacun des sommets.

2.2 Algorithme

L'algorithme est donc le suivant :

- 1) Lecture des valeurs de la fonction LevelSet f sur un domaine maillé.
- 2) Pour chaque photon :
 - a. Initialiser le photon et ses propriétés (direction, poids, positions, etc ...). Positionner le photon sur une face du domaine de calcul.
 - b. Calculer l'intersection du photon avec la maille suivante.
 - c. Calculer la valeur de la fonction f le long de ce trajet.
 - d. Si la fonction f passe par zéro : le photon traverse une interface. Sinon, le photon avance jusqu'à la maille suivante et on retourne en b.
 - e. On traite l'interaction entre le photon et la surface de l'objet. Ce peut être une réflexion totale, une réflexion normale ou une réfraction (le choix entre ces deux derniers types d'interaction se fait à l'aide d'un tirage aléatoire).
 - f. Les propriétés du photon sont mises à jour en fonction du type d'interaction : direction, etc ... et on retourne en b.
- 3) La boucle précédente se fait jusqu'à ce que le photon sorte du domaine de calcul : on le comptabilise alors dans un tableau adéquat.

2.3 Premiers exemples d'images simulées

Des premiers calculs ont été réalisés sur des jets obtenus numériquement par DNS en utilisant le programme de tracé de rayon, mais en utilisant seulement les lois simples de l'optique géométrique telles que réflexion et réfraction, sans prendre en compte la phase et la polarisation de l'onde lumineuse. Un exemple de calcul de la transmission de la lumière à travers un jet synthétique est présenté sur la figure 1 et comparé avec une image expérimentale d'un jet dans des conditions similaires. Dans ce cas, la source de lumière est un laser. Cependant, le modèle utilisé pour l'image de la figure 1a ne prend en compte ni la polarisation, ni les interférences. On se propose de perfectionner le modèle en y introduisant ces effets.



Figure 1- (a) Image simulée d'un spray numérique en utilisant l'optique géométrique, (b) Exemple d'image expérimentale.

3 Prise en compte d'effets ondulatoires

3.1 La polarisation

La source lumineuse utilisée en métrologie est souvent polarisée et la détection peut elle-même sélectionner un certain type de polarisation. Il faut donc que le rayon lumineux porte cette information. Le photon est alors décrit par la direction de propagation \vec{x}_k et deux nombres complexes (E_1, E_2) qui représentent les deux composantes de la polarisation dans les deux directions (\vec{x}_1, \vec{x}_2) orthogonales à \vec{x}_k . $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_k)$ est le référentiel direct lié au photon et change à chaque interaction avec la surface en suivant la loi Snell-Descartes. L'intensité du photon $E_1 E_1^* + E_2 E_2^*$ garde une valeur égale à 1 pendant la propagation. Pour chaque interaction du photon avec la surface de l'objet, les fractions des deux polarisations sont calculées par les coefficients de Fresnel selon le type de l'interaction : réflexion totale, réfraction et réflexion.

3.2 Les interférences

Pour tenir compte des interférences, le photon doit porter une information sur la phase au cours de sa propagation. Ce déphasage peut être décomposé en différentes contributions :

- (i) Le déphasage dû au chemin optique δ_{PH} par rapport à une référence. Celui-ci est simplement calculé en fonction de la distance parcourue par le photon.
- (ii) Le déphasage dû à la réflexion et la réfraction sur la surface de l'objet. Il est déjà pris en compte dans les coefficients de Fresnel.
- (iii) Le déphasage dû aux lignes focales δ_{FL} . En effet, lorsqu'un rayon passe par un point focal, un changement de phase de $\pi/2$ doit être ajouté [12]. Le fait qu'une onde lumineuse passe par un point focal dépend de sa courbure : il y aura focalisation de l'onde si elle converge. Or le front d'onde est modifié au cours de la propagation par réflexion ou par réfraction à travers les surfaces dioptriques. Ren et al. [10] proposent d'introduire une nouvelle propriété transportée par le photon : la courbure du front d'onde définie par deux rayons de courbures le long de deux directions principales orthogonales à sa direction de propagation \vec{x}_k . En particulier, les rayons de courbure de l'onde sont infinis pour une onde plane. Quand le photon interagit avec la surface de l'objet, les courbures du front d'onde κ_1^t, κ_2^t du photon émergent sont fonction des courbures du photon incident κ_1^i, κ_2^i et des courbures de la surface au point d'intersection κ_1^s, κ_2^s . Le calcul de la courbure du front d'onde est donc nécessaire pour que le déphasage δ_{FL} soit correctement évalué.

3.2.1 Calcul des courbures d'une surface implicite

On suppose que la surface est décrite par une fonction implicite $f(x, y, z) = 0$. En utilisant l'interpolation tricubique de la fonction f , on détermine avec précision le point d'interaction du photon avec la surface de l'objet. Le gradient de la fonction f au point considéré et la normale à la surface sont respectivement évalués par :

$$\vec{\nabla}f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right]^T \text{ et } \vec{n} = \vec{\nabla}f / |\vec{\nabla}f| \quad (2)$$

Afin de déterminer les courbures du front d'onde à partir de la fonction implicite, on calcule d'abord la matrice des dérivées secondaires ou matrice hessienne définie par [13] :

$$H = \begin{bmatrix} \partial^2 f / \partial x^2 & \partial^2 f / \partial x \partial y & \partial^2 f / \partial x \partial z \\ \partial^2 f / \partial x \partial y & \partial^2 f / \partial y^2 & \partial^2 f / \partial y \partial z \\ \partial^2 f / \partial x \partial z & \partial^2 f / \partial y \partial z & \partial^2 f / \partial z^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\vec{n}\vec{n}^T$ est l'opérateur linéaire correspondant à la projection sur la direction de la normale \vec{n} , $P = I - \vec{n}\vec{n}^T$ est la projection sur le sous-espace ε orthogonal à la direction définie par le vecteur \vec{n} où I est la matrice unitaire. Avec l'aide de l'opérateur P , on peut calculer la projection de la matrice hessienne dans le sous-espace ε par :

$$C = -\frac{PHP}{|\vec{\nabla}f|} \quad (4)$$

Les valeurs propres $(\kappa_1^s, \kappa_2^s, 0)$ de la matrice C , représentant les courbures de la surface dans les directions principales correspondantes $(\vec{x}_1^s, \vec{x}_2^s, \vec{n})$, peuvent être déduites.

3.2.2 Transformation des courbures de l'onde lors de l'interaction avec une surface

On appelle plan de diffusion le plan défini par le vecteur de propagation de l'onde incidente \vec{x}_k^i et la normale à la surface. Soit θ_i l'angle d'incidence, θ_r l'angle de réflexion et θ_t l'angle de réfraction, calculés selon les lois de Snell-Descartes. Après la réflexion ou la réfraction d'une onde sur un dioptre, la relation entre les courbures des fronts d'onde incident et réfracté sont déterminées par :

$$\theta^{(t)T} Q^{(t)} \theta^{(t)} = \frac{n^{(i)}}{n^{(t)}} \theta^{(i)T} Q^{(i)} \theta^{(i)} + \left(\cos \theta_t - \frac{n^{(i)}}{n^{(t)}} \cos \theta_i \right) C \quad (5)$$

où $Q^{(i)}$ et $Q^{(t)}$ sont les matrices des courbures de l'onde incidente et réfractée :

$$Q^{(i)} = \begin{bmatrix} \kappa_1^i & 0 \\ 0 & \kappa_2^i \end{bmatrix} \text{ et } Q^{(t)} = \begin{bmatrix} \kappa_1^t & 0 \\ 0 & \kappa_2^t \end{bmatrix} \quad (6)$$

dans leurs repères respectifs liés à leurs directions principales. θ^i, θ^t sont des matrices de projection définies par :

$$\theta^{(t)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_t & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } \theta^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

et $n^{(i)}, n^{(t)}$ respectivement l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propage l'onde incidente et celui correspondant au milieu dans lequel se propage l'onde réfractée. Si le photon est réfléchi, l'équation précédente se simplifie :

$$\theta^{(t)T} Q^{(t)} \theta^{(t)} = \theta^{(i)T} Q^{(i)} \theta^{(i)} - 2 \cos \theta_i C \quad (8)$$

3.2.3 Modification des courbures du front d'onde pendant la propagation

Lorsque le photon se propage sur une distance d , les courbures des fronts d'onde associés varient. Elles peuvent être calculées par :

$$\kappa_1(d) = \frac{\kappa_1}{1 + \kappa_1 d} \text{ et } \kappa_2(d) = \frac{\kappa_2}{1 + \kappa_2 d} \quad (9)$$

Si les signes des courbure changent le long de la distance d , c'est que le photon passe une focale et un déphasage $\delta_{FL} = \pi/2$ sera ajouté aux champs électriques.

4 Comparaison avec la théorie de Lorenz-Mie

En tenant compte de tous les types de déphasage, quelques effets dus à la nature ondulatoire de la lumière sont donc introduit dans le modèle de MCTR. On peut valider ce modèle à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (TLM), ou par comparaison avec d'autres modèles d'OG étendus, pour des formes simples de particules. Dans le cas d'une gouttelette sphérique éclairée par une onde plane, le diagramme de diffusion peut être comparé avec la théorie de Lorenz-Mie (TLM) et avec l'optique géométrique (OG) dans laquelle le déphasage dû aux lignes focales est calculée analytiquement. On voit sur la figure 2 que les résultats issus du modèle MCTR correspondent bien avec ceux de la théorie rigoureuse, sauf autour de l'angle d'arc-en-ciel et à 0° . Le désaccord dans la direction avant est dû au fait que la diffraction n'est pas considérée. On peut la prendre en compte en utilisant l'approximation de Fraunhofer. Pour améliorer les diagrammes de diffusion près de l'angle d'arc-en-ciel, un modèle spécifique sera mis en œuvre prochainement.

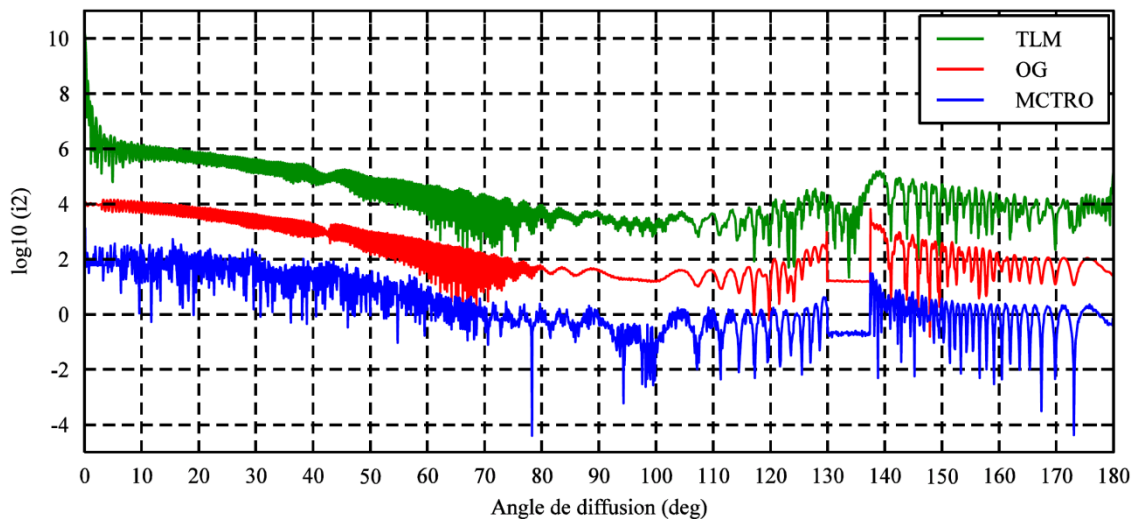


Figure 2 - Comparaison des distributions d'intensité calculées par MCRT, OG et par TLM pour une gouttelette sphérique de rayon $a = 50 \mu\text{m}$ et d'indice de réfraction $m = 1.33$ éclairée par une onde plane de longueur d'onde $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ et de polarisation perpendiculaire. Pour pouvoir comparer, les courbes sont décalées de 10^2 les unes par rapport aux autres.

5 Prise en compte de la diffraction

Le plus simple pour tenir compte de la diffraction est de projeter l'objet sur un plan, de le considérer comme un écran et de calculer la diffraction de Fraunhofer. Cette approche n'est pas forcément adaptée au problème de la diffusion de la lumière par un objet complexe. En effet, celui-ci peut être composé d'éléments séparés : dans le cas d'un jet liquide, le cœur du jet est entouré d'un grand nombre d'éléments liquides de formes les plus diverses. Un modèle adéquat devrait pouvoir prendre en compte la multi-diffraction. Il ne doit pas être trop coûteux en temps de calcul et être adapté à une simulation par tracé de rayons.

Heinisch [79] applique, pour la première fois en 1971, les analyses statistiques de Monte Carlo pour étudier la diffraction par une ouverture de forme quelconque en utilisant le principe d'incertitude d'Heisenberg (PIH). Il ne prend pas en compte les interférences. Puis, sur la base du modèle de Heinisch, Freniere [80] simplifie la partie tracé du photon diffracté en 1999. Serikov [65] en 2001 prend en compte les interférences entre les photons diffractés et valide le modèle pour des ouvertures de forme simple en le comparant avec des résultats analytiques.

Le principe de ces modèles consiste à s'appuyer sur le principe d'incertitude d'Heisenberg (PIH) et à considérer qu'on ne peut connaître avec la même précision la position d'un photon et sa direction. Ainsi, si un photon s'approche du bord d'un écran, l'incertitude sur sa direction croît. On définit alors sa déviation, caractérisée par l'angle θ , par la probabilité :

$$p(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

où σ est fonction de la distance au bord de l'écran : σ augmente lorsque cette distance diminue.

Ainsi, un même point d'un écran situé loin de l'ouverture reçoit des rayons de différentes provenances, possédant des chemins optiques différents. On peut tenir compte de la phase et on obtient des interférences qui correspondent bien aux lobes de diffraction. La validation se fait en comparant l'approximation basée sur le PIH pour des formes d'ouverture connues (figure 3). Le modèle obtenu permet alors de calculer la diffraction par toute forme d'ouverture, y compris celles dont on n'a pas d'expression analytique. La figure 4 propose un exemple.

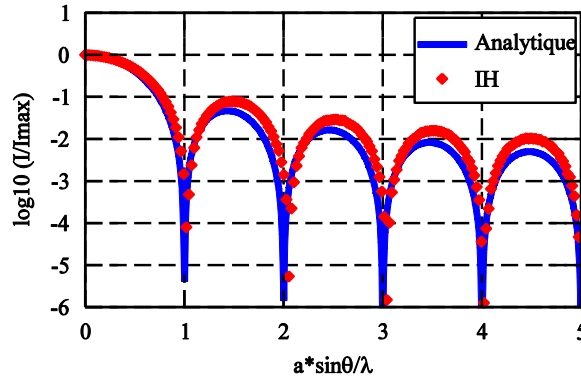


Figure 3 - comparaison entre les distributions d'intensité normalisée du champ diffracté pour une fente de largeur $a = 10\lambda$ ($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$) simulées par notre modèle et calculées analytiquement.

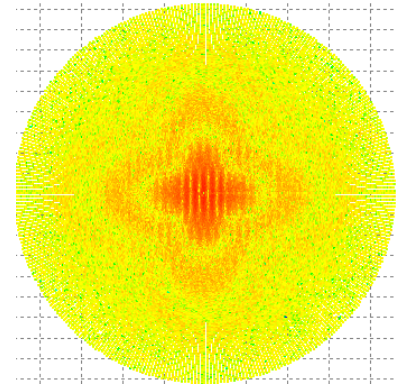
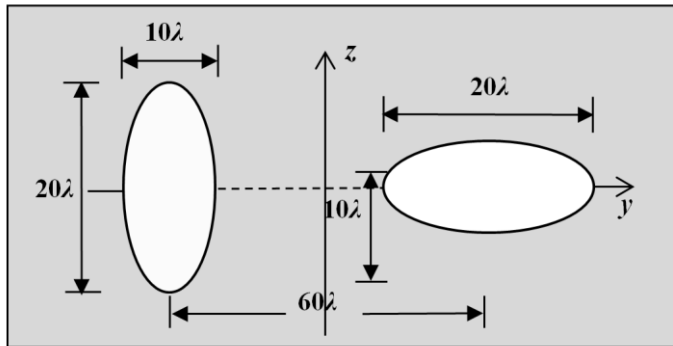


Figure 4 - Diffraction obtenue pour deux trous elliptiques, perpendiculaires l'un par rapport à l'autre, calculée avec un modèle basé sur le principe d'incertitude d'Heisenberg.

6 Conclusion

Cette communication donne les outils permettant de calculer la propagation de la lumière à travers un objet de forme quelconque, en particulier un jet en phase d'atomisation, dans l'idée de simuler tout le processus métrologique sur des jets synthétiques, issus de calculs numériques de type DNS. Le premier outil est un modèle de tracé de rayons prenant en compte différents effets dus à la nature ondulatoire de la lumière. La validation par comparaison avec la théorie de Mie dans le cas particulier d'une sphère montre que la précision de la méthode est excellente, sauf aux alentours de l'angle d'arc en ciel, ce qui n'est pas très pénalisant pour des applications de type VLC ou imagerie. La diffraction peut être calculée par la théorie de Fraunhofer, par projection de l'objet sur un plan. Cependant, cette théorie ne permet pas de prendre en compte toute la complexité de l'objet. Nous proposons une technique utilisant le tracé de rayons, basée sur le principe d'incertitude d'Heisenberg pour simuler la diffraction. L'intégration de ce modèle dans le code global de propagation de la lumière est encore à faire.

Références

- [1] H. Chaves, M. Knapp, A. Kubitzek and F. Obermeier, « High speed flow measurements within an injection nozzle », SPIE vol 2052, pp 265-272 (1993).
- [2] C. Hespel, J-B. Blaisot, M. Gazon and G. Godard, « Laser correlation velocimetry performances in diesel applications: spatial selectivity and velocity sensitivity ». *Exp. in Fluids*, DOI: 10.1007/s00348-012-1286-4 (2012).
- [3] S. Idlahcen, L. Méès, C. Rozé, T. Girasole and J-B. Blaisot, « Time gate, optical layout, and wavelength effects on ballistic imaging », *JOSA A* 26(9):1995-2004 (2009).
- [4] S. Idlahcen, C. Rozé, L. Méès, T. Girasole and J.B. Blaisot. « Sub-picosecond ballistic imaging of a liquid jet » *Exp. Fluids*. doi:10.1007/s00348-011-1220-1 (2011).
- [5] T. Ménard, S. Idlahcen, J.B. Blaisot, C. Rozé, A. Berlemont, T. Girasole and L. Méès. « Numerical simulation of optical diagnostics and comparisons to experiments », 7th International Conference on Multiphase Flow, ICMF 2010, Tampa, FL, May 30 – June 4 (2010).
- [6] F. Xu, K. F. Ren, and X. Cai, « Extended geometrical-optics approximation to on-axis Gaussian beam scattering. I. By a spherical particle », *Applied Optics*, Vol. 45, pp. 4990-4999 (2006).
- [7] J. A. Adam, « The mathematical physics of rainbows and glories », *Physics Reports*, Vol. 356, pp. 229-365 (2002).
- [8] F. Xu, K. F. Ren, X. Cai, and J. Shen, « Extended geometrical-optics approximation to on-axis Gaussian beam scattering. I. By a spheroidal particle with end-on incidence, » *Applied Optics*, Vol. 45, pp. 5000-5009 (2006).
- [9] P. Yang and K. N. Liou, « Light scattering by hexagonal ice crystals: solutions by a ray-by-ray integration algorithm », *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 14, No. 9, pp. 2278-2289 (1997).
- [10] K. F. Ren, F. Onofri, C. Rozé, and T. Girasole, « Vectorial complex ray model and application to two-dimensional scattering of plane wave by a spheroidal particle », *Optics Letters*, Vol. 36, No.3, pp. 370-372 (2011).
- [11] F. Lekien and J. Marsden, « Tricubic interpolation in three dimensions », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 63, pp. 455-471 (2005).
- [12] H.C. Van de Hulst, « *Light Scattering by Small Particles* » John Wiley & Sons, New York (1957).
- [13] G. Kindlmann, R. Whitaker, T. Tasdizen, and T. Möller, « Curvature-Based Transfer Functions for Direct Volume Rendering: Methods and Applications ». *Proceedings of the 14th IEEE Visualization 2003 (VIS'03)*, pp. 513-520 (2003).

Remerciements

Les calculs liés à ce travail ont été réalisés grâce aux moyens de calcul du CRIHAN (Centre de Ressources Informatiques de Haute-Normandie).