

# Vélocimétrie 3D par marquage moléculaire et recalage d'image pour le passage d'une bulle isolée en cellule de Hele-Shaw

**Florent BRUNET, Emmanuel CID, Adrien BARTOLI, Frédéric RISSO et Véronique ROIG**

*Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, Université de Toulouse (INPT, UPS) and CNRS, Allée Camille Soula, Toulouse 31400, France*

*Fédération de recherche FERMaT, FR3089, Toulouse, France*

*Université d'Auvergne ; ISIT, F-63001 Clermont-Ferrand, France*

## 1 Introduction

Cet article décrit l'application de techniques de vision par ordinateur à la mesure de vitesse pour deux écoulements générés en Cellule de Hele-Shaw (CH). Un Écoulement Laminaire de Poiseuille (ELP) est généré par la vidange de la CH remplie d'un liquide préalablement au repos. La figure 1 donne un aperçu de la configuration expérimentale. Nous proposons un nouvel algorithme combinant le Recalage d'Image Direct (RID) et une reconstruction volumique en vision monoculaire permettant de suivre le mouvement d'un motif marquant le liquide au niveau moléculaire. La méthode nous permet d'obtenir une mesure expérimentale de l'ELP dans des géométries à accès optique limité. Précédemment, des mesures de vitesse de cet écoulement académique ont principalement été obtenues pour des régions d'intérêt restreintes ( $1 \text{ mm}^3$  par  $\mu\text{PIV}$  [9]) ou sans prise en compte directe du mouvement dans la profondeur de la CH (par PIV classique [8]). Par comparaison, notre approche nous permet de mesurer le développement de l'ELP pour un volume conséquent en milieu confiné (ici  $147 \times 147 \times 1 \text{ mm}^3$ ).

Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons à la mesure de vitesse en amont d'une bulle en ascension dans une CH à partir d'images générées numériquement.

Les phénomènes observés sont de nature déformable et nous cherchons à faire une mesure 3D à partir d'observations 2D uniquement. Nous proposons donc une méthode reposant sur deux éléments : d'une part, une modélisation 3D du liquide et de son mouvement en CH et, d'autre part, des contraintes physiques générales et souples. [4] proposent une variante d'estimation classique par flot optique en intégrant un modèle volumique pour un écoulement gazeux en micro-canal. Cependant, dans [4], le modèle d'ELP est utilisé comme un *a priori* très fort.

L'article est organisé ainsi : nous décrivons le dispositif expérimental et le marquage moléculaire par photobleaching en §2, nous détaillons l'algorithme de reconstruction en §3, les résultats sont présentés en §4 et, en §5, nous concluons et discutons des applications potentielles.

## 2 Dispositif expérimental

### 2.1 Cellule de Hele-Shaw (CH)

Le dispositif expérimental est une cellule bi-dimensionnelle constituée de deux plaques de verre ( $400 \times 800 \text{ mm}^2$ ) séparées par un interstice d'1 mm. Une photo de la CH est représentée en figure 1. La cellule est remplie avec de l'eau et l'écoulement gravitaire est généré par vidange. La zone d'observation est située suffisamment en amont du point de vidange afin que l'écoulement observé soit uniforme sur toute la zone d'intérêt.

### 2.2 Technique de marquage moléculaire par photobleaching

L'écoulement du liquide est observé d'un point de vue fronto-parallèle c.-à-d. que l'axe principal de la caméra est orthogonal à la surface de la cellule. Les acquisitions sont réalisées à l'aide d'une caméra rapide (Photron RS3000) avec une résolution de  $1024 \times 1024$  pixels à une cadence de 50 images par seconde et une dynamique effective de 10 bits. La caméra est équipée d'un objectif Nikkor  $f = 58 \text{ mm}$  ouvert à 1.2.

Afin d'observer le mouvement du liquide, nous le marquons au niveau moléculaire par une méthode appelée photobleaching [7]. Par rapport à d'autres techniques de vélocimétrie, le marquage moléculaire ne nécessite pas d'ajout de traceurs particuliers.

Nous décrivons maintenant le principe général du marquage utilisé. De la fluorescéine est diluée dans de l'eau à une concentration de  $10^{-4}$  g.L<sup>-1</sup>. Dans un premier temps, celle-ci est marquée par un faisceau laser Argon continu (Spectraphysics) de longueur  $\lambda_1 = 488$  nm émettant une puissance lumineuse d'1 W. Lorsque cet éclairage est maintenu suffisamment longtemps, les propriétés de fluorescence des molécules de fluorescéine sont inhibées irréversiblement par photobleaching [7]. Dans un second temps, un second faisceau laser (New wave Pegasus) d'une longueur d'onde  $\lambda_2 = 527$  nm excite la fluorescéine non marquée avec une puissance de 15 W. Celle-ci réémet de la lumière par fluorescence. Ce signal lumineux est capté par la caméra rapide équipée d'un filtre passe-haut ( $\lambda > 540$  nm). A l'aide d'une lentille sphérique divergente ( $f = -12,5$  mm), le faisceau laser  $\lambda_2$  éclaire la cellule en volume. La caméra observe alors un signal fluorescent (clair) du liquide non marqué et une absence de signal (noir) pour les zones où la fluorescéine a été préalablement marquée par le faisceau  $\lambda_1$  (figure 1b). Afin de créer un motif par photobleaching, le faisceau  $\lambda_2$  est mis en forme par une lentille cylindrique ( $f = -40$  mm). Deux miroirs à 45° renvoient le faisceau qui traverse un masque opaque avant de marquer un motif en colonne dans la cellule. Quinze secondes d'illumination sont nécessaires pour réaliser le photobleaching d'une colonne. Le dernier miroir de renvoi est translaté par un système motorisé afin de constituer une matrice de motifs. Cette étape nécessite que le liquide soit au repos durant l'étape de marquage.

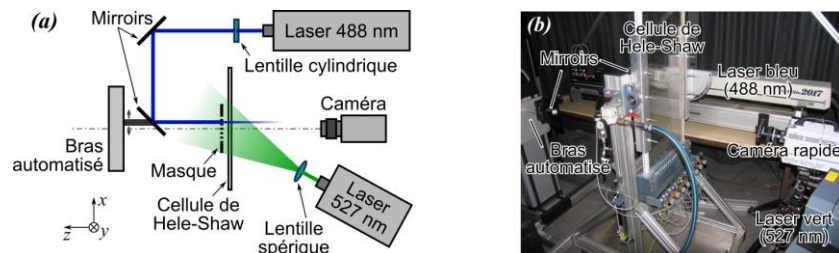


Figure 1 – (a) Schéma du dispositif expérimental (vue de dessus). (b) Photographie du dispositif.

## 2.3 Formation de l'image

La dimension du champ observé est de  $147 \times 147$  mm<sup>2</sup>. En fluorescence, l'intensité d'un pixel est proportionnelle à la concentration de fluorescéine non marquée intégrée sur le petit volume de la cellule correspondant à ce pixel (figure 2). Dans la suite de l'article, nous négligeons les effets de perspectives et approximations le modèle de caméra par une projection affine. Cela est justifié par la faible épaisseur de la cellule comparée à la distance entre la caméra et la CH et par le fait que les motifs imagés sont localisés au centre du champ.

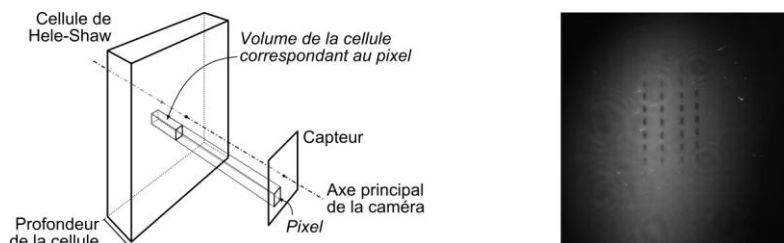


Figure 2 – À gauche : la valeur d'un pixel est proportionnelle à la quantité de fluorescéine non-inhibée intégrée sur le petit volume de la cellule correspondant à ce pixel. À droite : exemple d'image acquise où le motif est constitué de la matrice de points sombres au centre de l'image.

## 3 Recalage d'images et reconstruction volumique simultanée

### 3.1 Recalage d'Images Direct (RID)

Le recalage d'image consiste à trouver la transformation géométrique entre deux images. En RID, cette transformation est déterminée directement à partir de l'intensité des pixels. Soit  $R$  l'image de

référence (dans notre cas, une image de motifs marqués avant mouvement du liquide) et soit  $I_i$  la  $i^{\text{ème}}$  image de la séquence vidéo (avec  $i = 1, \dots, m$ ). Si nous considérons que le mouvement global du fluide est une translation verticale, alors aligner l'image  $I_i$  avec la référence  $R$  par RID consiste à résoudre le problème suivant :

$$\min_t \sum_{(x,y) \in \Omega} (I_i(x,y) - R(x,y-t))^2 \quad (1)$$

où  $\Omega$  est la région d'intérêt, c.-à-d. une portion de l'image  $I_i$  contenant le motif marqué. L'équation (1) est un problème d'optimisation de moindres carrés non linéaire, facilement soluble par un algorithme de type Gauss-Newton [1]. La formulation de l'équation (1) est valide seulement si l'hypothèse de luminosité constante est satisfaite, c.-à-d. si le niveau de gris des pixels correspondants entre  $R$  et  $I_i$  est identique. Dans notre cas, l'intensité d'un pixel est l'intégrale de la luminosité du volume correspondant imagé dans la cellule. Comme le mouvement du fluide n'est pas uniforme dans l'épaisseur de la cellule, il n'y a pas de correspondance directe entre l'image de référence et les images de l'écoulement. Par conséquent, le mouvement de notre marquage ne peut être modélisé par une simple translation globale (voir figure 3).

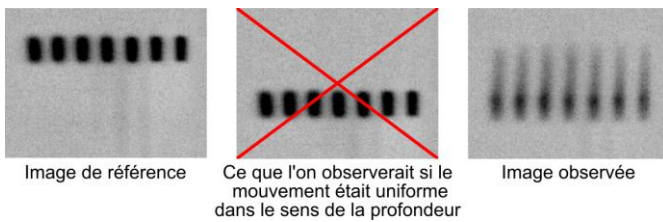


Figure 3 – Le mouvement du fluide dans l'épaisseur de la cellule n'est pas uniforme : un suivi simple du motif marqué est donc impossible car l'hypothèse de luminosité constante n'est pas vérifiée.

### 3.2 Recalage volumique dans le cas de la vidange

Pour la simplicité de l'argument, nous exposons d'abord le principe pour le cas de la vidange où le modèle de déformation est simple puisqu'il s'agit de décomposer le volume de la cellule en couches rigides auxquelles sont associées des translations verticales dirigées vers le bas. Nous montrons ensuite comment ce principe général peut être adapté à un mouvement plus complexe.

#### 3.2.1 Modélisation de l'image et du mouvement

L'idée de notre approche tient dans le modèle utilisé pour le mouvement et la formation des images. Nous considérons que le volume de fluide observé est divisé en  $n$  couches parallèles à la surface de la cellule. La concentration de fluorescéine non marquée contenue dans chaque couche est obtenue en divisant l'intensité de l'image de référence par le nombre de couches. En considérant que la concentration est homogène dans tout le volume de la cellule et si la  $j^{\text{ème}}$  couche est notée  $L_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) alors nous avons :

$$L_j(x,y) = \frac{1}{n} R(x,y) \quad \text{et} \quad R(x,y) = \sum_{j=1}^n L_j(x,y) \quad (2)$$

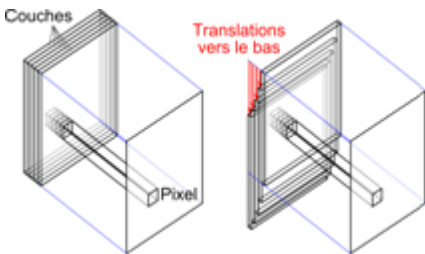


Figure 4 – L'intensité d'un pixel est obtenue en intégrant la concentration de fluorescéine portée par toutes les couches. Une translation vers le bas est associée à chacune des couches pour chacune des images de la vidéo. L'amplitude de ces translations constitue les inconnues du problème. Nous les déterminons en utilisant le recalage direct d'images.

Dans le cadre de l'écoulement lamellaire envisagé, nous considérons que les couches définies ci-dessus glissent indépendamment les unes des autres dans un mouvement de translation vertical parallèle aux parois de la cellule (voir figure 4). Un paramètre de translation, noté  $t_{i,j}$ , est associé à la  $j^{\text{ème}}$  couche de la  $i^{\text{ème}}$  image de la séquence vidéo ( $i = 1, \dots, m$ ). L'image  $I_i$  est alors obtenue en intégrant les concentrations portées par toutes les couches translattées, c.-à-d. :

$$I_i(x,y) \approx \sum_{j=1}^n L_j(x,y-t_{i,j}) \quad (3)$$

### 3.2.2 Hypothèses additionnelles

Il est possible d'exprimer plusieurs hypothèses sur les translations principalement basées sur la géométrie du dispositif expérimental et sur le fait que l'écoulement est gravitaire.

- Symétrie : l'écoulement est de symétrie axiale selon la direction  $z$ . Cette contrainte est appliquée implicitement en ne modélisant qu'une demie épaisseur de la cellule (par convention,  $t_{i,1}$  correspond à la couche jouxtant la paroi et  $t_{i,n}$  à celle située au centre).
- Unidirectionnalité : toutes les translations sont orientées vers le bas, c.-à-d.  $t_{i,j} \geq 0$ .
- Cohérence temporelle : une couche ne remonte jamais dans la cellule au cours de la vidange, c.-à-d.  $t_{i+1,j} \geq t_{i,j}, \forall i = 1, \dots, m-1, \forall j = 1, \dots, n$ .
- Cohérence spatiale : la couche la plus proche de la paroi glisse moins rapidement que sa couche voisine immédiate, c.-à-d.  $t_{i,j+1} \geq t_{i,j}, \forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n-1$ .

### 3.2.3 Problème d'optimisation final

Notre approche est formulée comme un problème d'optimisation dérivé de la formulation classique du RID (1) dans lequel nous incorporons le modèle en couche de formation des images ainsi que les contraintes sur les translations. La minimisation pour la séquence vidéo complète est réalisée en une seule fois afin de prendre en compte l'hypothèse de cohérence temporelle. Le problème d'optimisation final s'écrit comme suit :

$$\min_{\mathbf{T}} \sum_{i=1}^m \sum_{(x,y) \in \Omega} \left( I_i(x,y) - \sum_{j=1}^n L_j(x,y - t_{i,j}) \right)^2 \quad (4)$$

sous les contraintes  $\begin{cases} t_{i,j} \geq 0 & \forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n \\ t_{i+1,j} \geq t_{i,j} & \forall i = 1, \dots, m-1, \forall j = 1, \dots, n \\ t_{i,j+1} \geq t_{i,j} & \forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n-1 \end{cases}$

où  $\mathbf{T}$  est une matrice  $m \times n$  regroupant tous les paramètres de translation. Le problème (4) est résolu par programmation quadratique séquentielle avec la fonction *fmincon* de Matlab.

## 3.3 Adaptation du recalage volumique aux déformations non rigides

Nous nous intéressons maintenant à des déformations plus complexes du liquide. Pour cela, nous adaptons les différents éléments exposés en 3.2 à des déformations non rigides.

### 3.3.1 Modélisation du mouvement

Dans le cas de la vidange, le mouvement du fluide était modélisé par un simple ensemble de translations. Nous modélisons maintenant le déplacement du liquide en utilisant une fonction continue  $W$  qui à tout point du volume au repos  $(x, y, z)$  associe la position dans l'image  $W(x, y, z; \mathbf{p}) \in \mathbb{R}^2$  à un instant donné (où  $\mathbf{p}$  est un vecteur paramétrant la forme exacte de  $W$ ). Nous avons :

$$I(x, y) \approx \int_{z=0}^1 R(W(x, y, z; \mathbf{p})) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R(W(x, y, z_i; \mathbf{p})) \quad (5)$$

Nous avons choisi de représenter la déformation  $W$  par des B-splines uniformes rationnelles dont la forme est la suivante :

$$W(x, y, z; \mathbf{p}) = \sum_i \sum_j \sum_k \begin{pmatrix} p_{i,j,k}^x \\ p_{i,j,k}^y \end{pmatrix} B_i(x) B_j(y) B_k(z) \quad (6)$$

où les fonctions  $B$  sont les fonctions de la base des B-splines comme définie dans [3].

### 3.3.2 Hypothèses additionnelles

Les hypothèses additionnelles utilisées en 3.2.2 ne sont bien entendu plus applicables à des mouvements plus complexes. Nous proposons donc d'utiliser une nouvelle contrainte permettant d'imposer un comportement physiquement réaliste aux déformations calculées. Cette contrainte repose sur l'équation de continuité de Navier-Stokes dans le cas incompressible :

$$\vec{\nabla} \cdot V = 0 \quad (7)$$

où  $V$  désigne le champ de vitesse. Puisque l'on considère que l'écoulement est lamellaire, la vitesse transversale est nulle et le champ de vitesse peut être exprimé de la manière suivante :

$$V(x, y, z; \mathbf{p}) = \begin{pmatrix} W_x(x, y, z; \mathbf{p}) - x \\ W_y(x, y, z; \mathbf{p}) - y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Puisque l'on veut imposer la contrainte de divergence nulle pour tout point du volume considéré, l'objectif est de minimiser la quantité suivante :

$$\iiint_{x,y,z} \left( \frac{\partial W_x}{\partial x}(x, y, z; \mathbf{p}) + \frac{\partial W_y}{\partial y}(x, y, z; \mathbf{p}) - 2 \right)^2 \quad (9)$$

### 3.3.3 Problème d'optimisation final

Le modèle de déformation et les contraintes peuvent désormais être regroupés en un unique problème d'optimisation de la forme suivante :

$$\min_{\mathbf{p}} \sum_{(x,y) \in \Omega} \left( I(x, y) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R(W(x, y, z; \mathbf{p})) \right)^2 + \lambda \sum_i \sum_j \sum_k \left( \frac{\partial W_x}{\partial x}(x_i, y_j, z_k; \mathbf{p}) + \frac{\partial W_y}{\partial y}(x_i, y_j, z_k; \mathbf{p}) - 2 \right)^2 \quad (10)$$

où  $\lambda \in \mathbb{R}_+$  est un paramètre contrôlant le compromis entre attache aux données et respect des contraintes *a priori* sur l'écoulement. Le problème (10) est un problème de moindres carrés non linéaires pouvant être résolu en utilisant, par exemple, l'algorithme de Levenberg-Marquardt [1]. En pratique, nous utilisons la fonction *lsqnonlin* de *Matlab*. Notons que cette formulation ne recale qu'une seule image par rapport à l'image de référence à la différence du cas de la vidange où une séquence entière d'images était recalée en une étape. Recaler une séquence complète en une seule étape constitue une étape future de notre travail.

## 4 Résultats

### 4.1 Vidange

#### 4.1.1 Les données

La vidéo utilisée ici est constituée d'une ligne de motifs marqués. La fréquence d'acquisition est de 50 Hz et le temps d'exposition de 1/300ème de seconde. Une soustraction d'image de fond et une normalisation ont été appliquées aux données brutes pour corriger les défauts permanents de la CH et de compenser les variations d'intensité de la source d'illumination. La figure 5 montre 3 images de la séquence à des pas de temps différents. Pour des raisons de visualisation, les images présentées sont des négatifs des versions brutes ; les marques apparaissent ainsi claires sur fond sombre. L'image #0 est acquise avec l'écoulement au repos et nous sert d'image de référence. Les images #60 et #120 sont acquises lorsque l'ELP est développé. Pour rappel, le faisceau laser de marquage traversant la cellule normalement à sa surface, le liquide est marqué dans toute l'épaisseur de la CH.

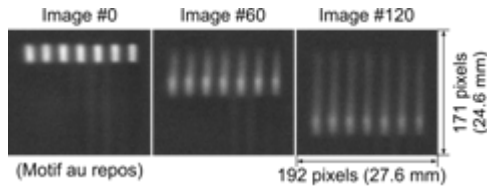


Figure 5 – Négatif de 3 images extraites de la vidéo à 3 instants différents. À noter qu'il s'agit d'images corrigées.

#### 4.1.2 Validation

L'interface eau/air étant visible dans le champ d'observation (figure 6a), nous pouvons l'utiliser pour évaluer quantitativement la précision des vitesses calculées avec notre approche. Pour cela, nous comparons les vitesses du marquage moléculaire avec celle de la surface libre en intégrant, à chaque instant, le profil de vitesse selon  $z$ . La figure 6b montre l'évolution des vitesses débitantes calculées des deux manières. En moyennant temporellement la mesure de vitesse par recalage d'images pendant que l'ELP est établi, on obtient une vitesse de 0,61 pixel/image alors que celle calculée avec le mouvement de l'interface eau/air est de 0,58 pixel/image. L'écart entre ces deux mesures expérimentales, de l'ordre de 0,02 pixel/image, est inférieur aux incertitudes rencontrées usuellement pour d'autres techniques de vélocimétrie [10].

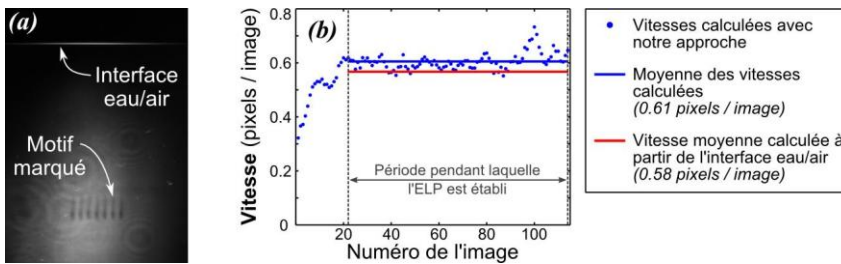


Figure 6 – (a) L'interface eau/air est visible dans les images. (b) Comparaison des vitesses calculées avec notre approche (moyennées sur toute l'épaisseur) et des vitesses moyennes déduites de la position de l'interface.

#### 4.1.3 Visualisation

Sur la figure 7, nous représentons en 3D le volume de fluide reconstruit. Le déplacement parabolique des couches selon  $z$  est visible sur la tranche du volume. Sa position est cohérente avec ce qui est observé en face avant de la cellule.

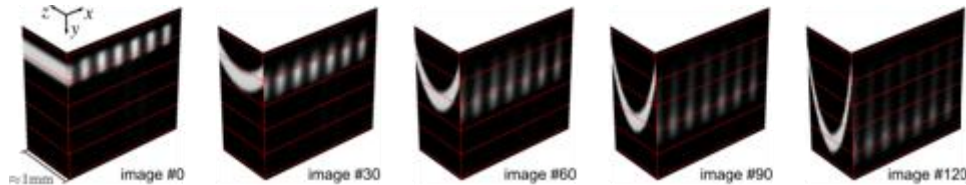


Figure 7 – Représentation en 3D du volume reconstruit. Le profil parabolique de l'ELP est visible sur le côté du volume (plan  $yz$ ) et sa position est cohérente avec les images acquises (plan  $xy$ ).

### 4.2 Passage d'une bulle isolée

#### 4.2.1 Synthèse des données

Afin de tester et de valider notre méthode sur un mouvement complexe, nous avons généré des données de synthèses correspondant au passage d'une bulle isolée en CH. Pour cela, nous avons considéré un motif constitué d'une matrice de marques rectangulaires. Ce motif est ensuite déformé en utilisant les équations d'un écoulement autour d'un cylindre auquel a été appliqué un changement de repère. Une décroissance des vitesses (similaire à celle observée dans le cas réel de la vidange) a aussi été introduite dans les équations pour simuler l'interaction du fluide avec les parois de la cellule. Les équations du champ de vitesse simulé sont ainsi données par :

$$\begin{cases} v_x(x, y, z, t) = z^2 U r^2 \frac{y^2 - (x + Ut)^2}{(y^2 - (x + Ut)^2)^2} \\ v_y(x, y, z, t) = -2z^2 U r^2 \frac{y^2 (x + Ut)^2}{(y^2 - (x + Ut)^2)^2} \\ v_z(x, y, z, t) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

où  $U$  est la vitesse de la bulle,  $r$  est le rayon de la bulle et  $z$  est la profondeur dans la cellule (valeur comprise entre 0 et 1). Les trajectoires sont obtenues par intégration numérique. Les images générées mesurent 1024 pixels carrés. Le diamètre de la bulle est de 400 pixels. Des exemples d'images générées sont donnés à la figure 8. Dans la suite, seule une partie des images est considérée : cette partie correspond à une région d'intérêt englobant les 4 colonnes de gauche du motif matriciel.

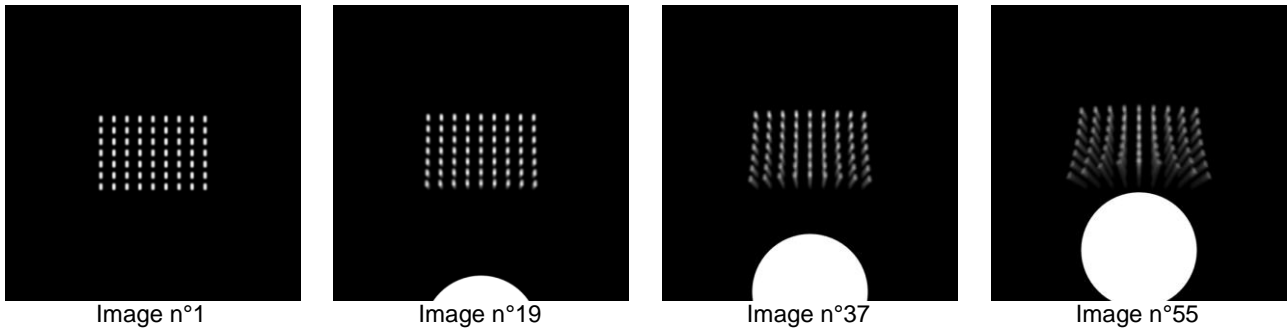


Figure 8 – Données de synthèse du passage d'une bulle isolée en cellule de Hele-Shaw. L'image de gauche correspond au motif au repos.

#### 4.2.2 Ecart entre mesures et vérité terrain

La figure 9 montre l'erreur entre les champs de déplacement moyens calculés et réels. Les champs de déplacement considérés sont des champs de déplacement moyennés sur l'épaisseur de la cellule.

La figure 10 met en relation un champ moyen calculé par notre algorithme avec le champ moyen théorique calculé à partir de l'équation (11).

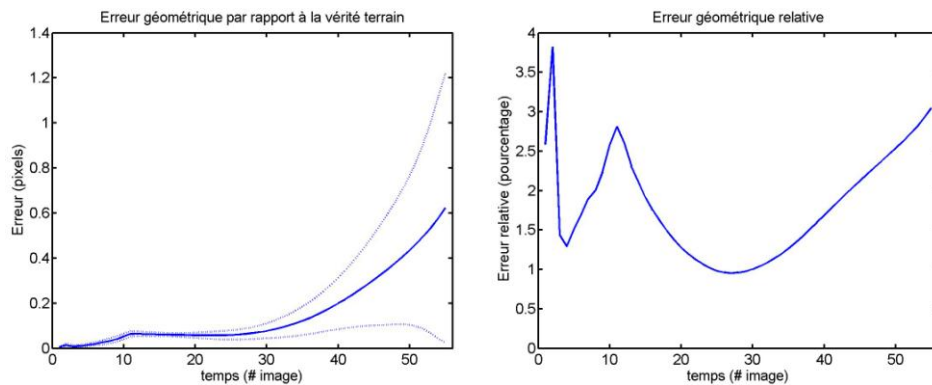


Figure 9 – Erreur entre les champs de déplacement réels et calculés. À gauche : valeurs absolues (les courbes en pointillés indiquent les erreurs maximales et minimales sur la région d'intérêt). À droite : erreurs relatives par rapport au déplacement moyen global sur toute la région d'intérêt.

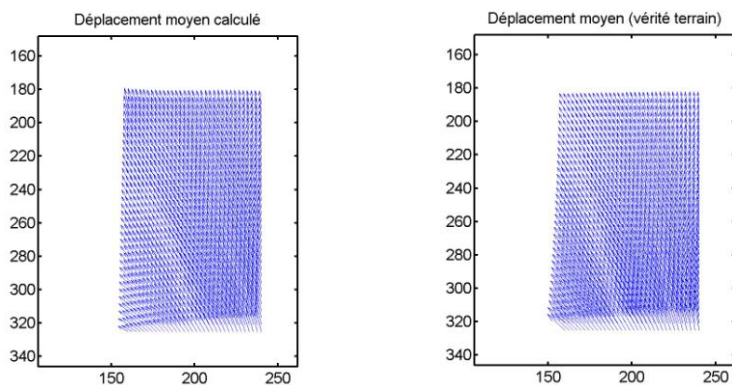


Figure 10 – Exemple de champ de déplacement moyen pour l'image n°37.

### 4.2.3 Visualisation tridimensionnelle

La figure 11 montre les volumes reconstruits correspondant aux images de la figure 8. Notons bien que le volume reconstruit ne constitue pas une mesure significative du fluide : seule la moyenne sur l'épaisseur est à prendre en considération.

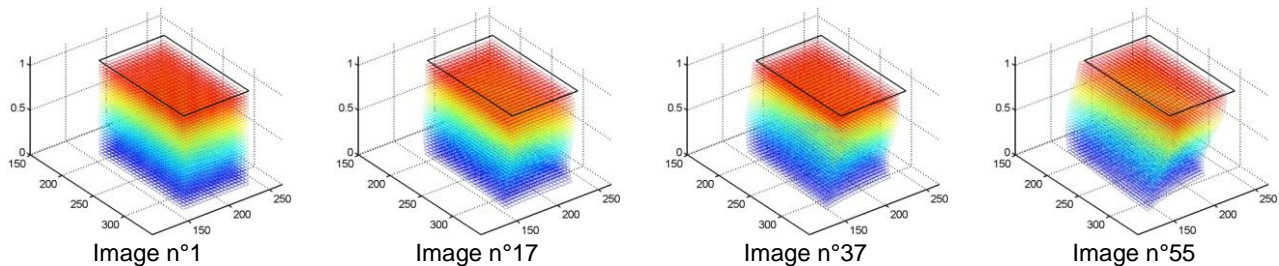


Figure 11 – Exemples de volumes reconstruits avec notre approche. Le rectangle noir correspond à la région d'intérêt et il est situé à l'emplacement de la paroi avant de la CH.

## 5 Discussion et perspectives

Nous avons proposé un nouvel algorithme qui permet de suivre le mouvement apparent d'un fluide en cellule de Hele-Shaw, en calculant simultanément la reconstruction volumique du fluide à partir d'un point d'observation unique. Nous avons construit notre approche à partir de la technique de recalage d'image directe à laquelle nous avons ajouté des hypothèses supplémentaires afin de contraindre le problème de reconstruction. Cependant, nous avons pris un soin particulier à utiliser des hypothèses suffisamment génériques par rapport au modèle d'écoulement considéré afin de réaliser des mesures de vitesses robustes. Cela nous a permis de mesurer expérimentalement l'établissement de l'écoulement laminaire de Poiseuille pour un volume large et en milieu confiné. Nos résultats ont pu être validés pour l'ELP établi avec une précision satisfaisante. La technique que nous avons proposée peut être utile pour étudier expérimentalement d'autres types d'écoulements 3D en vision monoculaire, éventuellement instationnaires, car la mesure est instantanée dans tout le volume. En effet, le principe de la discrétisation en couche est assez générique et directement lié au modèle de formation d'images proposé. En particulier, nous avons commencé à mesurer, à partir d'images de synthèse le mouvement lagrangien en amont d'une bulle en ascension dans cette même cellule de Hele-Shaw.

## Références

- [1] A. Björck, « Numerical Methods for Least Squares Problems », SIAM (2006)
- [2] F. Brunet, E. Cid et A. Bartoli, « Simultaneous Image Registration and Monocular Volumetric Reconstruction of a Fluid Flow », British Machine Vision Conference – Pages 1–12 (2011)
- [3] P. Dierckx, « Curve and Surface Fitting with Splines », Monographs on Numerical Analysis, Oxford University Press (1993)
- [4] C. Garbe, K. Roetmann, V. Beushausen et B. Jahne, « An optical flow MTV based technique for measuring microfluidic flow in the presence of diffusion and Taylor dispersion », Experiments in Fluids – Vol. 44, Pages 439–450 (2008)
- [5] C. P. Gendrich et M. M. Koochesfahani, « A spatial correlation technique for estimating velocity fields using Molecular Tagging Velocimetry » – Experiments in Fluids, Vol. 16, Pages 335–353 (1996)
- [6] A. Hifdi et J. K. Naciri, « Étude analytique de perturbations de l'écoulement de Poiseuille dans un canal » – Comptes Rendus Mécanique, Vol. 332, Pages 241–248 (2004)
- [7] S. Hosokawa et A. Tomiyama, « Molecular tagging velocimetry based on photobleaching reaction and its application to flows around single fluid particles » – Multiphase Science and Technology, Vol. 16, Pages 335–353 (2004)
- [8] M. Roudet, A.M. Billet, F. Risso et V. Roig, « PIV with volume lighting in a narrow cell: An efficient method to measure large velocity fields of rapidly varying flows » – Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 35, Pages 1030–1037 (2011)
- [9] D. Sinton, « Microscale flow visualization », Micro. and Nanofluidics, Vol. 1, Pages 2–21 (2004)
- [10] M. Stanislas, K. Okamoto, C.J. Kähler, J. Westerweel et F. Scarano, « Main results of the third international PIV challenge » – Experiments in Fluids, Vol. 45, Pages 27–71 (2008)
- [11] R. Szeliski, « Image alignment and stitching: A tutorial » – Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision, Vol. 2, Pages 1–104 (2006)