

# 2D Least Squares Matching, une alternative à la corrélation pour la vélocimétrie par images de particules

V. JAUNET<sup>1</sup>, J. KITZHOFER<sup>1</sup>, T. I. NONN<sup>1</sup>, B. B. WATZ<sup>1</sup>, G. ERGIN<sup>1</sup>, P. DUPONT<sup>2</sup>, J.-F. DEBIEVE<sup>2</sup>

1: DantecDynamics A/S, Tonsbakken 16-18, DK2740 Skovlunde

2: IUSTI, 6 rue Enrico Fermi, Technopôle Château-Gombert, 13453 Marseille  
UMR 7343 CNRS - Université d'Aix Marseille  
5 rue Enrico Fermi 13453 Marseille Cedex 13

## 1 Introduction

Les champs de vitesse issues d'images de particules sont obtenus classiquement par inter-corrélation de paires d'images. Des schémas de corrélation à plusieurs étapes successives, faisant décroître successivement la taille de fenêtre d'interrogation, ont-été développés pour améliorer la réponse dynamique de la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV).

Cependant, les techniques à base de corrélations ne sont sensible qu'aux mouvements de translation. Pour pouvoir prendre en compte les réels mouvements des particules, il faut alors déployer des algorithmes utilisant des fenêtres d'interrogation déformantes visant à imiter rotation et cisaillement [1].

Récemment, Westfeld P. *et al.* [10] ont récemment étendu à des données 3D, une méthode itérative permettant le calcul direct du champ de vitesse, ainsi que des champs de gradient associés. Cette méthode, Least Squares Matching (LSM), est basée sur la décomposition d'Helmholtz qui stipule que les infimes mouvements d'un élément de fluide peuvent-être décomposés en translation, rotation et déformation.

L'objet de cet article est la comparaison de résultats 2D obtenus grâce à la LSM avec des résultats obtenus par inter-corrélation. A ces fins, les mêmes images seront analysées avec les deux méthodes. De plus, le post-traitement appliqué aux champs de vecteurs est identique, de manière à effectuer une comparaison la plus objective possible.

## 2 Description de la technique 2D LSM

Le 2D Least Squares Matching est une technique dite de "tracking", basée sur les niveaux de gris d'une petite portion de l'image analysée comme indiqué sur la figure 1. Le principe même de la LSM est le calcul d'une transformation affine entre deux zone d'interrogations prenant en compte les déplacement d'ordre zéro (translation) et d'ordre 1 (déformation et rotation).

Cette transformation affine est calculée de manière itérative par méthodes des moindres carés (Least Squares Matching en terminologie anglophone), jusqu'à ce qu'une différence mini de niveaux de gris soit obtenue entre les deux images. L'algorithme implémenté est décrit de manière plus détaillé dans la référence [4].

Un des avantages de la technique présentée est sa capacité à extraire les gradients des champs de vitesse, directement à partir des images. Le calcul est détaillé dans la référence [5]. Ainsi, il n'est plus nécessaire d'utiliser les schémas classique de différentiations, qui ont pour effet d'amplifier le bruit présent dans les données.

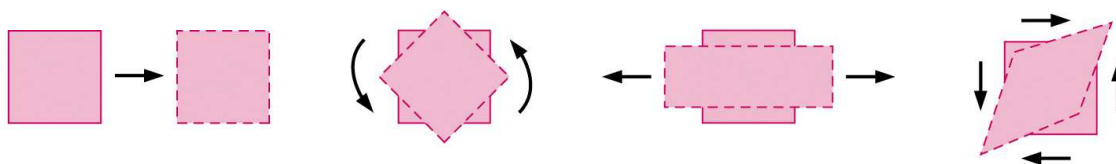


Figure 0 - De droite à gauche : translation, rotation, cisaillement

<sup>1</sup> Correspondant : [vjt@dantecdynamics.com](mailto:vjt@dantecdynamics.com)

### 3 Analyse de données turbulentes

#### 3.1 Descriptif des données

Le premier jeu de données utilisé est issu d'expériences menées au sein de la soufflerie supersonique S8 de l'IUSTI (Marseille). La présente comparaison se porte sur des images de particules provenant de la couche limite se développant à la paroi de la veine. Le nombre de Mach de l'écoulement externe est de 2.3, et le nombre de Reynolds, basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement, est d'environ 5000. L'ensemencement est réalisé par injection de fumée d'encens juste en amont du col de la tuyère, et un laser double cavité de 30 mJ permet d'éclairer le plan milieu de la veine d'essai. Les images ont été acquises grâce à un système Dantec Dynamics muni d'une caméra HiSense 11 Mpixels et leur post-traitement est assuré grâce au logiciel DynamicStudio. Les statistiques présentées plus loin sont issues d'une analyse réalisée 1000 champs de vitesses, ce qui représente un nombre suffisant d'échantillons pour que la convergence soit assurée. De plus amples détails sur l'expérience peuvent être trouvés dans la référence [6].

#### 3.2 Comparaison et analyse des résultats

On trace sur la figure 2, les profils de vitesse longitudinale moyenne obtenus grâce à une taille de fenêtre d'interrogation identique pour la 2D LSM et pour l'adaptive corrélation (~ 64x32 pixels). Les deux techniques donnent un résultat quasiment identique.

On reporte également sur cette figure des données issues de mesures LDV réalisées antérieurement. On observe alors de très légères différences entre le profil LDV et les profils PIV, notamment en très proche paroi. C'est en effet en très proche paroi que la mesure vitesse par PIV est plus compliquée, la taille de la fenêtre d'interrogation est alors trop importante pour correctement représenter les gradients de vitesse. Il en résulte ainsi une légère surestimation de la vitesse moyenne.

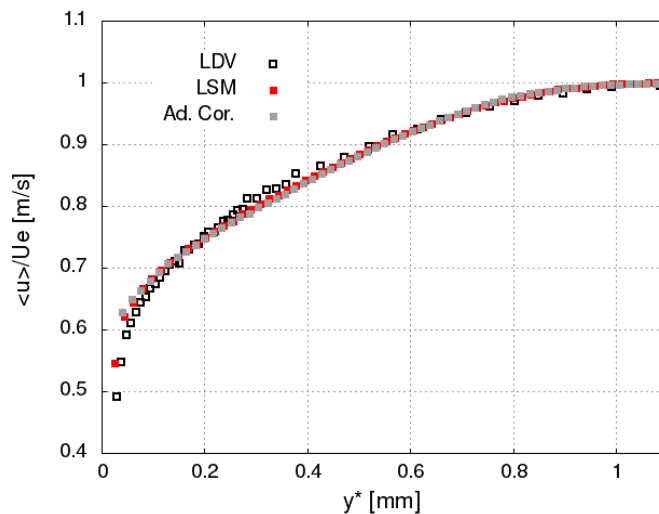


Figure 2 - Profils de vitesse longitudinale moyenne

Sur la Figure 3 (a) sont tracés les profils obtenus grâce à une taille de fenêtre d'interrogation identique pour les deux méthodes (64x32 pixels), avec un profil obtenu par LDV au même endroit. Les profils sont tous en bon accord, excepté pour la Cross-correlation qui s'écarte des autres données dès lors que l'on s'approche de la paroi. Ceci est principalement dû à l'existence de forts gradients de vitesse à cet endroit, et la fenêtre d'interrogation choisie est trop grande pour pouvoir les prendre en compte. Ceci est clairement mis en évidence sur la Figure 3 (b), où la fenêtre d'interrogation est deux fois plus petite pour la Cross-correlation. Cette fois, tous les profils sont en accord. En d'autres termes, le fait que la 2D LSM prenne en compte les mouvements de rotation ainsi que les déformations des éléments de fluide, permet l'obtention de résultats d'une précision supérieure à la Cross-correlation.

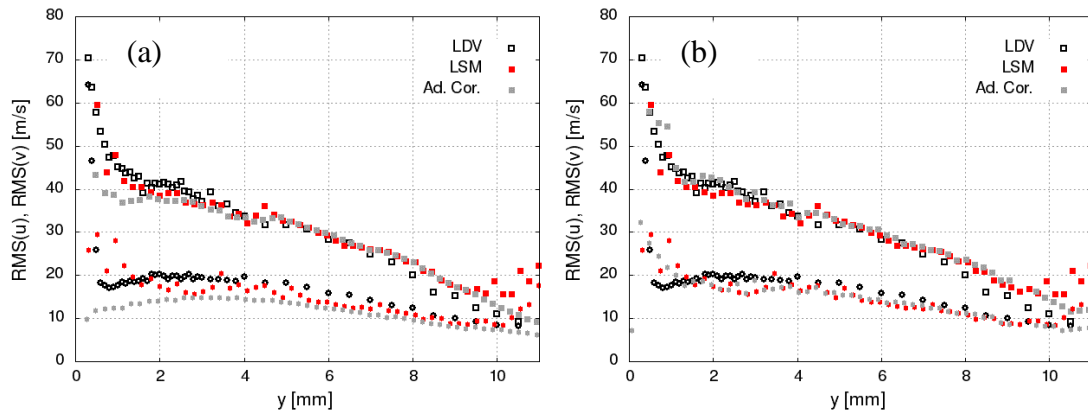


Figure 3 - Comparaison des profils de vitesses turbulentes longitudinales (carrés) et verticales (ronds) obtenus par PIV avec des mesures LDV. (a) avec une taille de fenêtre d'interrogation identique, (b) avec une fenêtre d'interrogation 2 fois plus petite pour la corrélation

Etant donnée la taille des particules utilisées ( $< 1 \mu\text{m}$ ) et la faible intensité de lumière disponible (30 mJ), une particule est alors souvent imagée sur un très faible nombre de pixels. Ainsi, il apparaît sur les histogrammes des échantillons de vitesse, obtenus par inter-corrélation, un phénomène de peak-locking que l'on identifie clairement sur les tracés de la figure 4. En supposant que le déplacement des particules ne s'effectue que par nombres entiers de pixel, alors les histogrammes des échantillons de vitesse devraient être discrétisé par pas de 24 m/s dans notre cas. C'est exactement la valeur observée entre deux pics dans les histogrammes présentés figure 3. On remarque en revanche que les histogrammes des échantillons de vitesse obtenus par 2D LSM ne semblent souffrir d'aucun phénomène de ce type.

S'il ne fait aucun doute que les histogrammes obtenus par inter-corrélation ne sont pas représentatif de la physique de l'écoulement, il convient de procéder à un analyse plus détaillé afin de contrôler la validité des mesures obtenus par 2D LSM. On propose de vérifier la valeur maximum du cisaillement turbulent mesuré par PIV et la comparer aux valeur mesurées par LDV et à la valeur théorique.

Dans ce cas précis, la vitesse de frottement étant sensiblement égale à 24 m/s, la valeur absolue du maximum de cisaillement turbulent devrait avoisiner les  $550 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . On remarque sur la figure 5 que les mesures LDV tendent à obtenir cette valeur théorique en proche paroi. En revanche, aucune des deux techniaue PIV n'est capable d'obtenir la valeur attendue. Ce résultat est en parfait accord avec les observations de *Piponniau* (2009) [7]., et montre que la mesure PIV réalisée souffre d'un manque de résolution spatiale pour correctement représenter la réalité physique de l'écoulement.

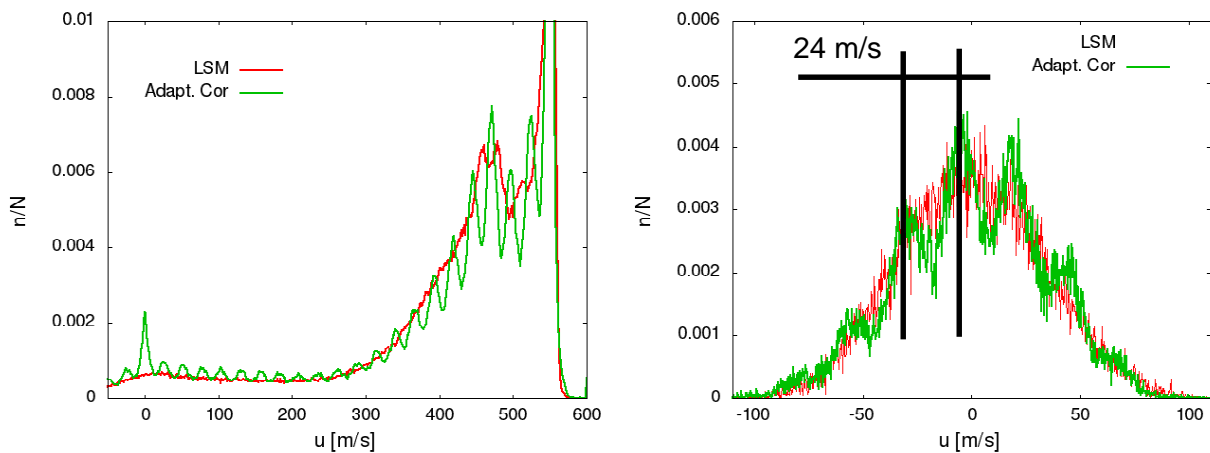


Figure 4 - Histogrammes des échantillons de vitesse, données spatiales à gauche et temporelles à droite

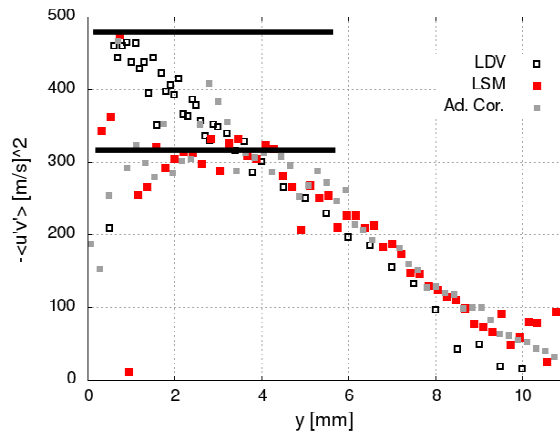


Figure 5 - Profils de cisaillement turbulent au sein de la couche limite

## 4 Application à des données issues du PIV challenge

Il a été mentionné plus-haut que la LSM permet un calcul direct des champs de gradients. Il n'est donc plus nécessaire de dériver les champs de vecteurs a posteriori. Ceci est un grand avantage de la méthode. En effet, l'utilisation de schémas aux différences finies pour le calcul des gradients a généralement pour effet d'amplifier le bruit initialement présent dans les données.

On souhaite donc dans cette partie exposer des résultats obtenus par 2D LSM, sur des données issues des PIV Challenge (<http://www.pivchallenge.org/>), afin de d'étudier la fiabilité des champs de gradient obtenus par LSM.

### 4.1 Influence de la taille de la fenêtre d'interrogation

Le cas B du PIV Challenge 1 [8] contient des images de particules d'un tourbillon de Rankine simulé. Le jeu de données permet d'analyser l'influence de la qualité des images de particules sur les résultats en faisant varier la densité de particules ainsi que leur taille. Les divers des images choisies sont présentés sur la figure 6.

Les images sont analysées par 2D LSM, avec un recouvrement de 66% et plusieurs tailles de fenêtres d'interrogation. Par la suite, les vecteurs correspondant à un déplacement de plus 12 pixels sont invalidés et rejetés. En effet, la solution exacte du tourbillon de Rankine ne permet pas d'obtenir une telle valeur. Dès lors, une estimation de la qualité des données peut-être menée en fonction de la taille de la fenêtre d'interrogation choisie. Les résultats de la figure 6 sont clairs, plus la fenêtre d'interrogation est petite, plus le nombre de vecteurs erronés est important. En d'autre terme, l'estimation du déplacement des particules par 2D LSM nécessite une quantité minimum d'information au sein d'une fenêtre d'interrogation pour obtenir un résultat satisfaisant. Ainsi, tout comme les techniques standards par inter-corrélation, le choix de la taille de la fenêtre d'interrogation est un compromis entre quantité d'information disponible et intégration spatiale

Si une quantité suffisante d'information est disponible (indépendante du nombre ou de la taille des particules), le nombre de vecteurs faux est très réduit comme le montre les résultats des cas B001 à B003

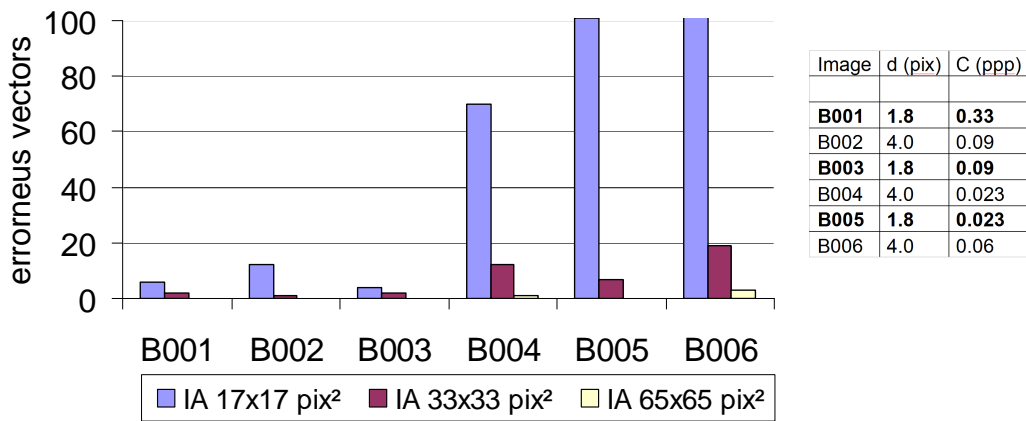


Figure 6 - Number of rejected vectors after range validation for images 1 to 6 of PIV Challenge 1 Case B as a function of interrogation area size (16x16, 32x32, 64x64 pix<sup>2</sup>, 66% overlap)

## 4.2 Influence des la qualité des images sur les gradients

L'étude précédente nous a permis de définir une taille de fenêtre d'interrogation de 33x33 pix<sup>2</sup>, qui permet un bon compromis entre intégration spatiale et quantité d'information disponible et qui sera utilisée dans la suite.

Les figures 7 et 8 montrent les profils de composante verticale de vitesse  $v$ , ainsi que la vorticité respectivement, le long de l'axe  $x$  à  $y=270$  pixels. Le cœur du tourbillon est situé à  $x=200$  pixels environ. A une distance de 50 pixels du centre du tourbillon l'algorithme donne des résultats identiques indépendamment de la qualité des images de particules. Au centre du tourbillon en revanche, il semble que les résultats diffèrent quelques peu suivant les données utilisées. Par exemple, le déplacement maximum calculé via la 2D LSM est comparé la valeur attendue sur la figure 7, et l'erreur commise (environ 2-3 pixels) reste du même ordre de grandeur que les plus avancé des algorithmes à base d'inter-corrélation [8].

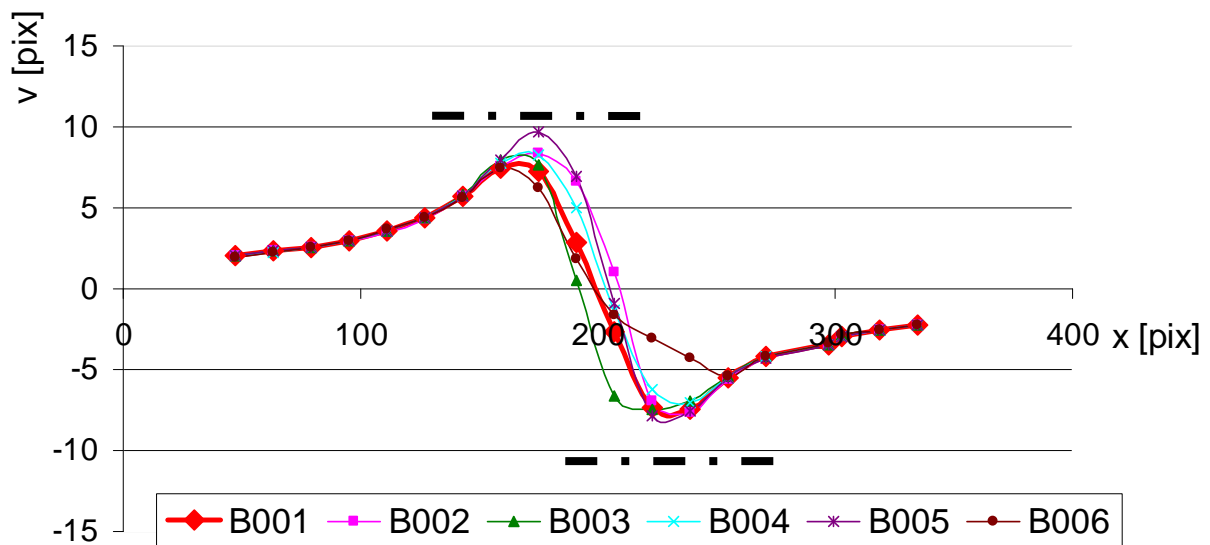


Figure 7 - PIV Challenge1 Case B: displacement profile for the single double images along  $x$  at  $y=270$

Le profil de vorticité montre des résultats similaires, voir figure 8. Le meilleur résultats étant obtenu pour le cas B001, où le maximum de vorticité atteint la solution exacts prévue par la théorie. On note que c'est ce cas précis qui a servi de référence dans l'étude [8]. On s'aperçoit également que la vorticité maximum est quelques peu surestimé pour tout les autres cas, mais que tout les profils montrent une forte similarité de sorte que la localisation du tourbillon ne posera de problème majeur. On peut donc conclure que la technique LSM est très robuste et peut-être utilisées avec confiance afin d'obtenir les champs de gradients.

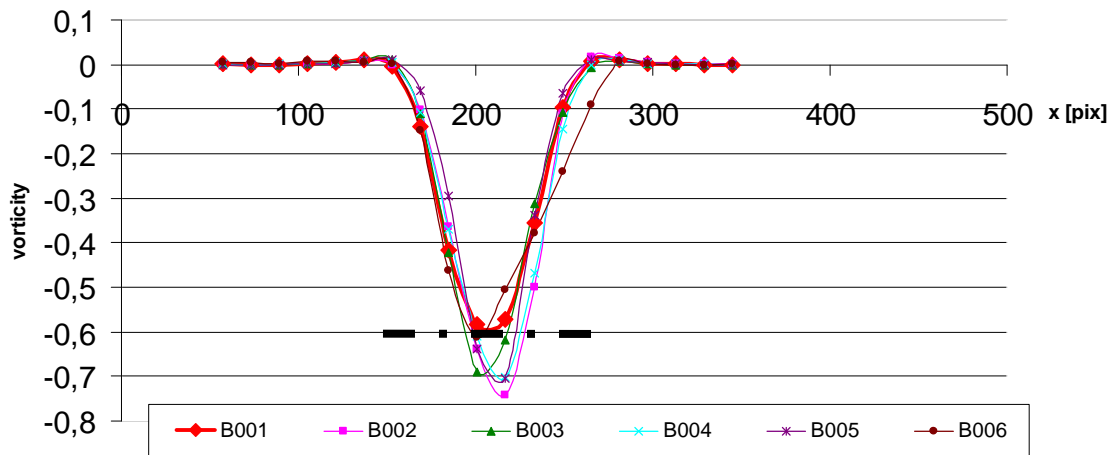


Figure 8 - PIV Challenge1 Case B: profil de vorticity le long de l'axe x a  $y=270$

### 4.3 Calculs de vorticité: 2D LSM vs. Inter-corrélation

Un exemple issu des données du PIV Challenge 2003 est présenté figure 2. Il s'agit d'images de synthèse montrant un champ de tourbillons dont l'intensité varie. La figure 9 (a) montre le champs de vecteurs ainsi que la vorticité en iso-contour obtenus par 2D LSM sans post-traitement. On remarque que la technique semble extraire fidèlement les mouvements des particules.

Sur la figure 2 (b), on reporte les profils de vorticité obtenus par 2D LSM et inter-corrélation. Notons encore une fois que les données sont brutes, *i.e.* aucun filtrage ou lissage n'a été réalisé sur aucune des données, ni sur les champs de vecteurs ni sur les gradients. On remarque aisément, le bruit apporté par la différenciation du champ de vitesse. L'estimation des gradients par 2D LSM, réalisée sur les images elles-mêmes, est bien moins bruitée, et permet une utilisation plus avancée de ce type de résultats.

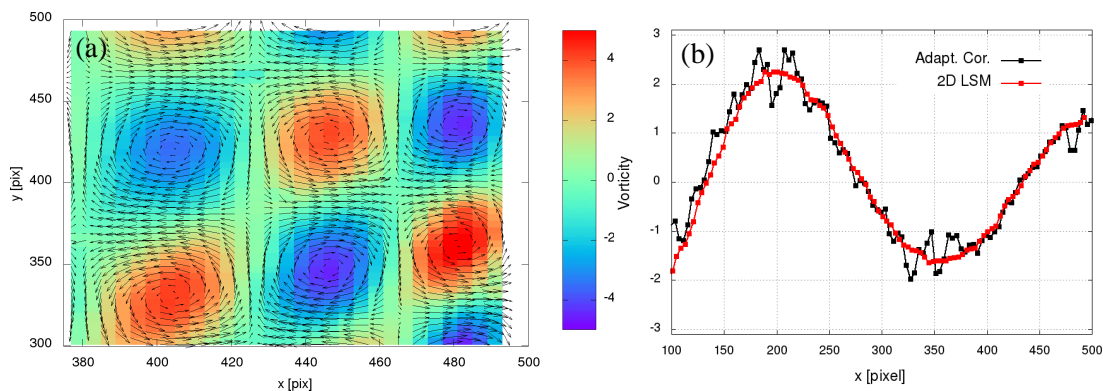


Figure 9 - Calcul de champ de vorticité sur une image synthétique. (a) iso-contours de vorticité et champ de vecteurs associé, (b) Profils de vorticité obtenus par 2D LSM et Adaptive Corrélation.

## 5 Conclusion

Une étude comparative entre deux techniques de traitement des images PIV a été menée dans ce papier. La première est la technique classique d'estimation des déplacements par inter-corrélation de deux images. La seconde quant à elle, est une technique d'estimation des mouvements au sens des moindres carrés qui prend également en compte les mouvements plus complexes tels que rotation et déformations, récemment implémenté dans DynamicStudio 3.30 de Dantec Dynamics.

Il a dans un premier temps été montré que la technique donnent des résultats excellents en matière d'estimation des champs de vitesse. Ceci a permis un analyse fine des données turbulentes, d'une qualité

comparable à celle possible avec le plus avancés des algorithmes de post-traitement actuels par inter-corrélation.

Enfin, la technique LSM offre un avantage certain quant à l'obtention des gradients de vitesse. En effet on a pu montrer que les champs de gradients obtenus par 2D LSM grâce aux données contenues dans l'image directement, sans différentiation a posteriori, sont d'une bonne fiabilité et permettent une étude précise des champs tourbillonnaires. De plus, la technique montre une grande robustesse, puisque très peu sensible à la qualité des images de particules.

## Références

- [1] Scarano F, «Iterative image deformation methods in PIV», Meas. Sci. Technol 13, (2002)
- [2] P. Westfeld, H.-G. Maas, O. Pust, J. Kitzhofer and C. Bruecker (2010) "3-D least squares matching for volumetric velocimetry data processing". 16th Int Symp on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon
- [3] J. Kitzhofer, P. Westfeld, O. Pust, H. G. Maas and C. Brücker (2010) "Estimation of 3D deformation and rotation rate tensor from volumetric particle data via 3D Least squares matching", 16th Int Symp on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon
- [4] Gui L., Merzkirch W. (1996) "A method of tracking ensembles of particle images", Exp. Fluids 21: 465-468
- [5] Gui L. Merzkirch W. (2000), "A comparative study of the MQD method and several correlation-based PIV evaluation algorithms"
- [6] Dupont P., Piponniau S., Sidorenko A., Debieve J.F., «Investigation by Particle Image Velocimetry Measurement of Oblique Shock Reflection with Separation», AIAA Journal, vol. 46, No. 6, 2008
- [7] Piponniau S., "Instationnarités dans les décollements compressibles : cas des couches limites soumises à ondes de choc", thèse de doctorat, Univ. de Provence, (2009)
- [8] Stanislas M. Okamoto K., Kähler C. (2003) Main results of the First International PIV Challenge. Meas. Sci. Technol. 14
- [9] Stanislas M., Okamoto K., Kähler C., Westerweel J. (2005) Main results of the Second International PIV Challenge, Exp. In Fluids 39, 170-191
- [10] Westfeld P, Maas HG, Pust O, Kitzhofer J, Brücker C «3-D Least Squares Matching for Volumetric Velocimetry Data Processing», 15th Int. Symp. on App. of Laser Tech. to Fluid Mech., (2010, Lisbon)

## Remerciement

Les auteurs tiennent à remercier le CNES et l'ANR pour leur soutien à cette étude au travers des programmes de recherche ATAC et DECOMOS.